

MODELIZACIÓN CON ELEMENTOS FINITOS DE LA FISURACIÓN EN EL HORMIGÓN CAUSADA POR LA CORROSIÓN DE LAS ARMADURAS

B. Sanz¹, J. Planas¹, A.M. Fathy¹, J.M. Sancho²

¹Departamento de Ciencia de Materiales, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, C/ Profesor Aranguren s/n, 28040 Madrid, España.
E-mail: jplanas@mater.upm.es

²Universidad CEU-San Pablo, Escuela Politécnica Superior,
Campus de Montepríncipe, Boadilla del Monte, 28668 Madrid, España.

RESUMEN

En este trabajo se presenta un estudio de la simulación de la fisuración del hormigón inducida por la corrosión de las armaduras por el método de los elementos finitos. En el estudio se combinan elementos con fisura embebida adaptable, para simular la fisuración del hormigón, con elementos junta expansivos que simulan la capa de óxido. Se describe la formulación del elemento junta expansivo y los aspectos fundamentales del comportamiento de la capa de óxido y se presentan los resultados de simulaciones en dos casos de hormigón con acero con geometrías diferentes. El estudio muestra que es imprescindible que el elemento junta sea capaz de incorporar fenómenos de despegado y deslizamiento para que la fisuración se localice adecuadamente y se liberen las tensiones en el acero.

ABSTRACT

In this work, a study of the simulation of cracking of concrete due to rebar corrosion using the finite element method is presented. In the study, elements with embedded adaptable cohesive cracks which simulate concrete cracking are used together with expansive joint elements which simulate the oxide layer. The formulation of the expansive joint element and the main aspects of the behaviour of the oxide layer are described and the results of simulations made on two cases of concrete with bars with different geometry are presented. The study shows that the expansive joint element must be able to capture debonding and sliding to achieve proper crack localization in concrete and stress relieve in steel.

PALABRAS CLAVE: Corrosión, Elementos finitos, Fisura cohesiva embebida

1. INTRODUCCIÓN

La corrosión de las armaduras es una de las patologías más importantes de las estructuras de hormigón. Cuando los agentes despasivantes penetran a través del recubrimiento de hormigón, se produce una oxidación en la superficie de la barra de acero, disminuyendo su sección, y, por tanto, su resistencia mecánica, y comprometiendo, para estados más avanzados de la corrosión, la seguridad de la estructura. Sin embargo, mucho antes de que se produzca una disminución significativa de la sección neta, la expansión volumétrica del óxido induce presiones internas que causan la fisuración del hormigón circundante a la barra, hasta la pérdida del recubrimiento [1, 2, 3, 4].

El estudio de la evolución del proceso completo requiere el análisis del transporte de los agentes agresivos a través del recubrimiento, la determinación de la cinética del complejo fenómeno electroquímico que tiene lugar en la interfaz acero-hormigón y la predicción de los efectos mecánicos de la capa expansiva de óxido en la estructura.

El presente trabajo se centra en este último aspecto del proceso, suponiendo que la capa expansiva de óxido ya está formada y que su efecto mecánico no es explícita-

mente dependiente del tiempo, sino sólo implícitamente a través de la profundidad de corrosión. Se lleva a cabo un estudio aplicando el método de los elementos finitos.

Para la fisuración del hormigón se supone un comportamiento según el modelo de fisura cohesiva propuesto por Hillerborg et al en 1976 [5], definido como se describe en [6, 7, 8, 9, 10], utilizando elementos finitos con fisura cohesiva embebida adaptable [11]. La capa de óxido se simula con un elemento de interfaz que incorpora tanto el comportamiento mecánico como el expansivo, y que denominamos *elemento junta expansiva*.

En el artículo, se describen los principios de formulación del elemento junta. A continuación, se aplica el modelo a dos ejemplos de prismas de hormigón con armaduras en su interior. El análisis de los resultados obtenidos en las simulaciones permite determinar aspectos fundamentales del comportamiento de la capa de óxido. El estudio muestra que es imprescindible que el elemento junta sea capaz de incorporar fenómenos de deslizamiento y despegado para que la fisuración se localice adecuadamente y se liberen las tensiones en el acero.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL ELEMENTO JUNTA EXPANSIVA

La expansión causada por una oxidación uniforme de la armadura puede simularse con facilidad mediante una pseudo expansión térmica de la barra de acero. Sin embargo, los resultados de Guzmán [12], obtenidos de cálculos independientes realizados con el mismo tipo de elementos finitos para describir la fisuración del hormigón, demuestran que si se utiliza directamente esta aproximación suponiendo adherencia perfecta entre el hormigón y el acero, la fisuración tiende a distribuirse en el volumen sin que aparezcan grietas localizadas. Sólo para estado muy avanzados de sollicitación, cuando los niveles altos de tensión alcanzan la superficie exterior del recubrimiento, llega a producirse una fisura localizada.

Resulta fundamental, para describir el fenómeno real, poder deslizar el movimiento del hormigón y del acero una vez que se forma entre ambos una capa de óxido. Para ello, entre otras posibilidades, se ha elegido utilizar un *elemento junta*, que se ha programado en una implementación particular del método de los elementos finitos denominada COFE (*Continuum Oriented Finite Elements*) que se ha desarrollado en el Departamento de Ciencia de Materiales en un entorno de programación genérica (*generic programming*) y orientada a objetos (*object oriented programming*) [11].

2.1. Características generales del modelo

El elemento junta incorpora en sí mismo el fenómeno de expansión del óxido formado con respecto al acero sano. Es un elemento de cuatro nodos, con espesor inicial cero, que se trata, en una versión inicial, como una capa sin memoria, pero con una elevada direccionalidad, y que queda definido por su longitud inicial y la normal a sus caras.

El cálculo es elástico y se desarrolla en el marco de la teoría de pequeñas deformaciones, con integración directa en los nodos, obteniéndose las fuerzas nodales ponderando por la mitad de la longitud del elemento.

El modelo está parametrizado por la profundidad de corrosión x , directamente relacionada con el espesor de la capa de óxido. Al producirse la corrosión, una capa de acero de profundidad x se transforma en óxido, cuyo volumen específico es mayor que el del acero inicial, por lo que se produce una expansión, como puede verse en la figura 1.

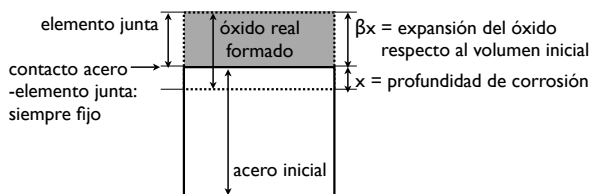


Figura 1: Croquis del elemento junta expansiva.

Esta expansión tiene un valor βx , donde β depende de la relación de los volúmenes específicos del óxido y el metal, según la expresión (1), y para el que en los cálculos se adoptará un valor igual a la unidad, acorde con los valores encontrados en la bibliografía consultada [2, 3].

$$\beta = \frac{v_{ox}}{v_{met}} - 1 \quad (1)$$

2.2. Ecuaciones del elemento

Sea \mathbf{n} la normal unitaria a la superficie del metal, \mathbf{w} el movimiento relativo entre dos nudos correspondientes del elemento junta, denominado *desplazamiento aparente*, y \mathbf{t} el vector de tensiones que actúa sobre la superficie del metal. Para un caso en que no haya acciones exteriores ($\mathbf{t} = 0$), el desplazamiento aparente es normal a la superficie del metal, según la expresión siguiente:

$$\mathbf{w} = \beta x \mathbf{n} \quad (2)$$

Sin embargo, para un caso general, se establece una relación lineal entre el vector de tensión y el desplazamiento aparente mecánico \mathbf{w}^a , definido como la diferencia entre el desplazamiento total y el desplazamiento de expansión libre, es decir:

$$\mathbf{t} = \mathbf{K}_n \mathbf{w}^a \quad \text{con} \quad \mathbf{w}^a = \mathbf{w} - \beta x \mathbf{n} \quad (3)$$

donde \mathbf{K}_n es un tensor de rigidez de segundo orden que depende explícitamente de la normal unitaria \mathbf{n} . Como se requiere que el comportamiento sea objetivo respecto de un cambio de observador, el tensor \mathbf{K}_n debe ser un tensor objetivo, lo cual obliga a que tenga la forma

$$\mathbf{K}_n = k_1 \mathbf{1} + k_2 \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \quad (4)$$

donde $\mathbf{1}$ es el tensor unidad de segundo orden, \otimes indica producto tensorial y k_1 y k_2 son rigideces constantes. Por conveniencia, es mejor descomponer el tensor \mathbf{K}_n en sus proyecciones normal y tangente a la superficie:

$$\mathbf{K}_n = k_n \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} + k_t (\mathbf{1} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) \quad (5)$$

donde ahora k_n y k_t son las rigideces normal y tangencial, respectivamente. Sustituyendo en (3) y operando resulta la expresión siguiente:

$$\mathbf{t} = k_n (\mathbf{w} \cdot \mathbf{n} - \beta x) \mathbf{n} + k_t [\mathbf{w} - (\mathbf{w} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}] \quad (6)$$

2.3. Equivalencia mecánica óxido-junta

Las rigideces k_t y k_n son las del elemento junta, cuyo efecto mecánico debe ser equivalente al del sistema real. Consideremos, para simplificar, un estado de corte puro paralelo a la superficie, con una tensión tangencial τ y un desplazamiento tangencial total en la superficie u . El perfil de corrimientos horizontales reales se indica en la figura 2(a), y se calcula como sigue:

$$u = h - x \frac{\tau}{G_{met}} + (1 + \beta) x \frac{\tau}{G_{ox}} \quad (7)$$

donde G_{met} y G_{ox} son los módulos de rigidez transversal para el metal y para el óxido, respectivamente, y h es la altura de la sección inicial de acero.

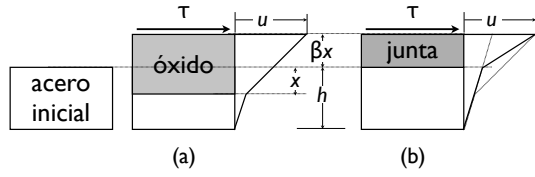


Figura 2: Esquema de la distribución de corrimientos tangenciales en un estado de cortante puro para la situación real (a) y para el elemento junta (b).

Por otra parte, el corrimiento calculado con el elemento junta, tal como se muestra en la figura 2(b), viene dado por

$$u = h \frac{\tau}{G_{met}} + \frac{\tau}{k_t} \quad (8)$$

e igualando los dos desplazamientos resulta

$$k_t x = \left[\frac{(1 + \beta)}{G_{ox}} - \frac{1}{G_{met}} \right]^{-1} \quad (9)$$

que puede escribirse como

$$k_t = \frac{G_{ox}^*}{\beta x}, \text{ con } G_{ox}^* = \frac{\beta G_{ox}}{1 + \beta} \left[1 - \frac{G_{ox}}{(1 + \beta) G_{met}} \right]^{-1} \quad (10)$$

donde G_{ox}^* es el módulo de rigidez transversal equivalente del elemento junta. De forma análoga puede imponerse la condición en componentes normales bajo la hipótesis, por ejemplo, de extensión uniaxial, con lo que se obtiene

$$k_n = \frac{K_{ox}^*}{\beta x}, \text{ con } K_{ox}^* = \frac{\beta K_{ox}}{1 + \beta} \left[1 - \frac{K_{ox}}{(1 + \beta) K_{met}} \right]^{-1} \quad (11)$$

donde K_{ox}^* , K_{ox} y K_{met} son ahora los módulos de compresibilidad de los distintos materiales. Nótese que, en ambos casos, la rigidez resultante es inversamente proporcional a la profundidad de corrosión x , por lo que la rigidez tiende a infinito cuando x tiende a cero, lo que requiere un tratamiento especial de la rigidez numérica inicial de los elementos, estableciendo una rigidez de corte. Por otra parte, puesto que no existen valores experimentales de la rigidez de la capa de óxido, y debemos tratar el problema de manera puramente estimativa, bastará escribir las rigideces en la forma

$$k_t = k_t^0 \frac{x_0}{x}, \quad k_n = k_n^0 \frac{x_0}{x} \quad (12)$$

donde x_0 es un espesor de referencia fijado arbitrariamente (por ejemplo, $1 \mu\text{m}$), y k_t^0 y k_n^0 las rigideces de corte, correspondientes a la penetración de referencia x_0 .

2.4. Incorporación del fenómeno de despegado

Utilizar una rigidez muy baja a cortante k_t no es suficiente para conseguir una fisuración libre del hormigón, aunque sí lo es en casos en los que la superficie del metal es perfectamente plana, porque el deslizamiento casi libre del elemento junta no introduce coacciones en la grieta. Sin embargo, cuando la superficie del metal es curva,

como en el caso de una barra, un deslizamiento tangencial perfecto en un elemento junta induce tracciones en el elemento vecino que son elevadas si la rigidez normal es elevada, teniéndose una fuerza nodal en el elemento vecino con una componente apreciable de cortante, que constriñe la grieta.

En consecuencia, resulta necesario eliminar en lo posible las tensiones de tracción, para lo que es preciso establecer una direccionalidad en la rigidez normal, de manera que la rigidez sea alta en compresión y muy inferior en tracción, lo que se consigue introduciendo un factor de direccionalidad η del siguiente modo:

$$k_n^0 = \eta k_{nc}^0 \quad (13)$$

donde k_{nc}^0 es la rigidez de corte en compresión y el valor de η viene dado por:

$$\eta = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{w} \cdot \mathbf{n} - \beta x \leq 0 \\ \eta_t & \text{si } \mathbf{w} \cdot \mathbf{n} - \beta x > 0 \end{cases} \quad (14)$$

donde el factor para tracción η_t es muy inferior a la unidad.

3. SIMULACIONES NUMÉRICAS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

3.1. Características comunes de las simulaciones

En todas las simulaciones realizadas, se utilizaron elementos finitos con fisura cohesiva embebida para modelizar el hormigón, elementos elásticos lineales para el acero y elementos junta para la capa de óxido. Para el preproceso y mallado se utilizó el programa de dominio público GMSH, con elementos triangulares de deformación constante.

Para las constantes que definen los materiales, en el caso del acero y el hormigón se adoptaron valores acordes con los reales, que se recogen en la tabla 1, siendo E el módulo de elasticidad, ν el coeficiente de Poisson, α el coeficiente de dilatación térmica, α' el factor de adaptación de la fisura, f_t la resistencia a tracción del material y G_F la energía de fractura. Para la dilatación térmica del acero y hormigón se impuso un coeficiente igual a cero para que no se dilaten al aplicar los pasos de expansión del óxido, que se imponen como incrementos de temperatura, relacionándolos con la profundidad de corrosión, y las acciones sean puramente debidas a la expansión del óxido.

Tabla 1: Características del acero y hormigón en las simulaciones.

	ACERO	HORMIGÓN
E (GPa)	200	30
ν	0,3	0,2
α ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)	0,0	0,0
α'	–	0,2
f_t (MPa)	–	3,0
G_F (N/mm)	–	0,1

En el caso del óxido, los valores de las constantes fueron fijados de manera arbitraria, buscando que los cálculos se realizaran de manera estable, siendo necesario verificar en el futuro los rangos de valor reales de estas constantes mediante ensayos experimentales. Los valores adoptados se recogen en la tabla 2, donde β es el factor de expansión libre, x_0 la profundidad de corrosión de corte numérica, k_{nc}^0 la rigidez normal inicial de compresión, k_t^0 la rigidez tangencial inicial y η_t el factor de direccionalidad, en caso de ser activado.

Tabla 2: Características del óxido en las simulaciones.

β	1,0
x_0 (mm)	$1,0e^{-3}$
k_{nc}^0 (N/mm ³)	$7,0e^7$
k_t^0 (N/mm ³)	$7,0e^{-13}$
η_t	$1,0e^{-10}$

En los cálculos se aplica una expansión radial de $10\mu\text{m}$ en 100 pasos y se representan la apertura de fisura de las grietas formadas (*crack*) en mm y las tensiones principales máximas del acero y el hormigón (*body*) en N/mm², correspondiendo los resultados negativos a compresión y los positivos a tracción.

3.2. Prisma de hormigón con una barra de acero

En primer lugar, se aplicó el modelo a un ejemplo sencillo, correspondiente a un prisma de hormigón de 100×100 mm de ancho y canto con una barra de acero embebida de 20 mm de diámetro, centrada respecto a dos de las caras del hormigón y con 20 mm de recubrimiento, el mínimo permitido por la normativa, suponiendo un tamaño máximo del árido adecuado.

Este primer ejemplo puso de manifiesto algunos aspectos fundamentales del funcionamiento de la capa de óxido. Primero se verificó que si se supone comportamiento perfectamente elástico de la capa de óxido, con módulos de compresión y cortante altos, se registraba un comportamiento cercano a la adherencia perfecta, que implica la imposibilidad de la localización de la fisuración: aparecía una nube de microfisuras radiales distribuidas en el hormigón alrededor de la barra de acero.

Disminuir la rigidez del óxido a cortante mejoró los resultados, apareciendo para estados tempranos de corrosión una fisura localizada en la superficie que predomina sobre el resto de fisuras, que tienen una apertura de fisura muy próxima a cero. Sin embargo, un análisis más detallado de los resultados permite observar que, en su nacimiento, la fisura principal está “cosida” en la superficie del acero, con una apertura próxima a cero en su parte inicial, como se aprecia en la figura 3, y el acero se encuentra altamente traccionado en esa zona.

Resulta esencial introducir una fuerte reducción de la rigidez en tracción, simulando un efecto de despegado, mediante el factor de direccionalidad η_t explicado en el apar-

tado anterior. Los resultados obtenidos al considerar el efecto de despegado se muestran en la figura 4. Las tensiones en el acero se liberan totalmente y se alcanza una mayor localización de la fisuración para la misma sollicitación: las fisuras más próximas a la fisura principal se han cerrado, y la fisura principal se encuentra abierta en su parte inicial, con una apertura correspondiente a la expansión del óxido, $20\mu\text{m}$. Se observa también que desaparece el punto de tracciones en el acero y que las tensiones de compresión en el resto del acero han disminuido con respecto a las que se tenían en el ejemplo sin fenómeno de despegado.

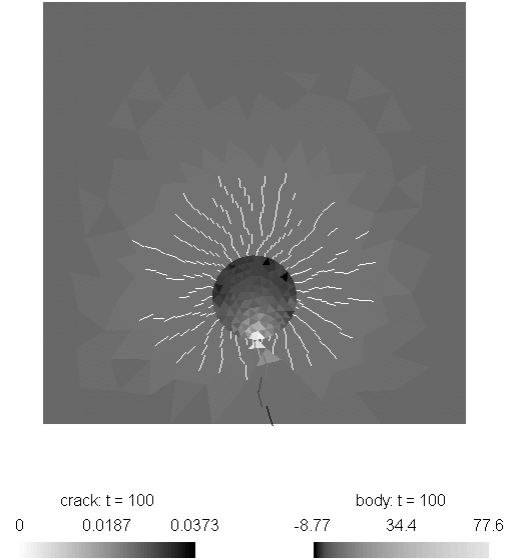


Figura 3: Prisma de hormigón con una armadura sin efecto de despegado. Tensiones principales para una sollicitación de $10\mu\text{m}$ de expansión radial del óxido.

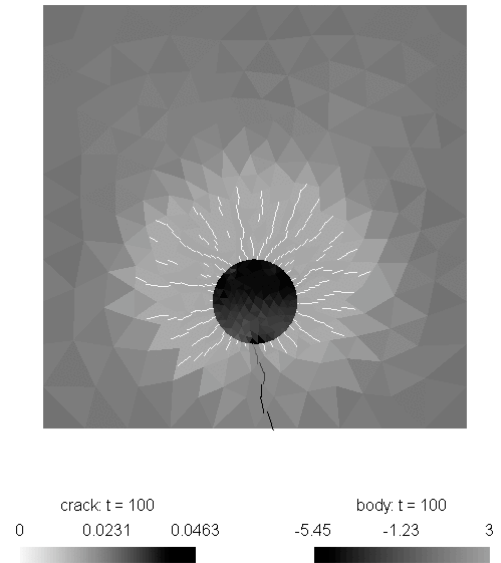


Figura 4: Prisma de hormigón con una armadura con efecto de despegado. Tensiones principales para una sollicitación de $10\mu\text{m}$ de expansión radial del óxido.

3.3. Prisma de hormigón con distribución uniforme de armaduras

En el segundo ejemplo, se modeliza un prisma de hormigón con varias armaduras de diámetro de 20 mm y canto igual a 20 veces el diámetro de las barras. Se ha tomado una distancia entre barras igual a dos veces el diámetro, y un recubrimiento de un diámetro, 20 mm.

Considerando que el número de barras es lo suficientemente elevado como para suponer un comportamiento simétrico, se realiza una simplificación, calculando únicamente la zona correspondiente a una de las barras, como se observa en el croquis de la figura 5.

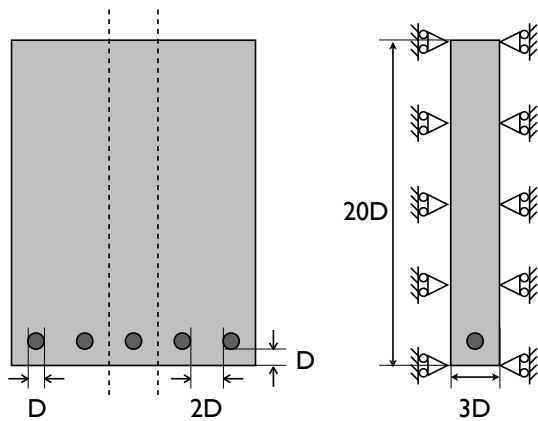


Figura 5: Prisma de hormigón con distribución uniforme de armaduras. Croquis de la simplificación realizada.

Para esta sección se realizan dos cálculos, como en el caso anterior: uno en el que se considera igual rigidez normal, tanto para compresión como para tracción, y otro en el que se aplica distinta rigidez de compresión y tracción activando el factor de direccionalidad η_t descrito en la tabla 2.

En las figuras 6 y 7 se muestran los resultados obtenidos, ampliando la barra para poder observar con mayor detalle la fisuración que se produce.

En ambos casos se observa que aparecen fisuras principales horizontalmente en las zonas entre armaduras, mientras que el resto de fisuras no están desarrolladas. No se forma una fisura principal en el recubrimiento.

Sin embargo, se aprecian las siguientes diferencias: En la figura 6 las fisuras principales están menos localizadas que en el caso en el que se considera despegado (figura 7), con una apertura de 0,0221mm frente a 0,0234. Además, la apertura en el nacimiento de la fisura principal es similar a la del resto de fisuras y próxima a cero en el caso de no considerar despegado (figura 6), mientras que cuando se permite el despegado (figura 7) la apertura en boca de fisura se aproxima a la expansión total correspondiente del óxido, $20\mu\text{m}$. Se observa también que, en el caso de despegado, las fisuras próximas a la fisura

principal se han cerrado, lo que no sucede en el otro caso. Respecto a las tensiones, observamos que cuando no hay despegado ((figura 6), el acero se encuentra prácticamente comprimido, excepto en las zonas próximas a las fisuras principales, donde se experimentan tracciones muy fuertes, debido a las tensiones tangenciales transmitidas por elementos vecinos, como ya se ha explicado con anterioridad, mientras que en el segundo caso (figura 7) se tiene una distribución de tensiones diferente, con el acero relajado excepto en los puntos próximos a las fisuras principales, donde se encuentra comprimido debido a la propia geometría del problema.

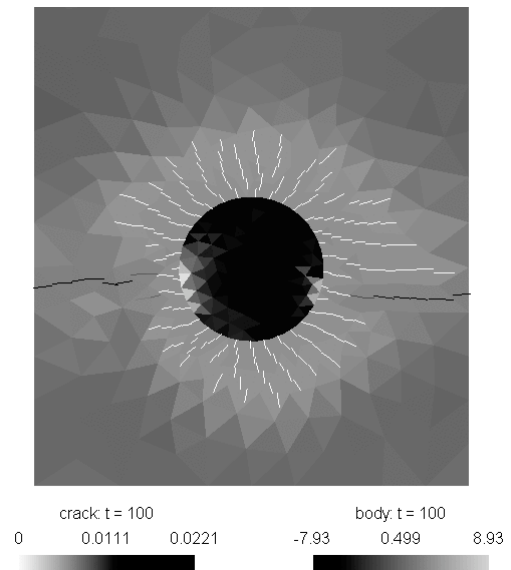


Figura 6: Prisma de hormigón con distribución uniforme de armaduras sin efecto de despegado. Tensiones principales para una sollicitación de $10\mu\text{m}$ de expansión radial.

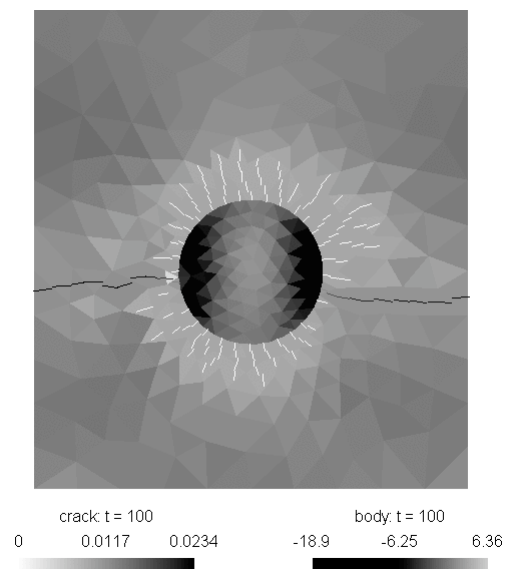


Figura 7: Prisma de hormigón con distribución uniforme de armaduras con efecto de despegado. Tensiones principales para una sollicitación de $10\mu\text{m}$ de expansión radial.

Por último, en la figura 8 se muestra el esquema de fisuración final, obtenido mediante superposición de los resultados obtenidos para una barra con la simplificación realizada. En este gráfico se observa, de manera más apreciable, la pérdida de recubrimiento que tiene lugar.

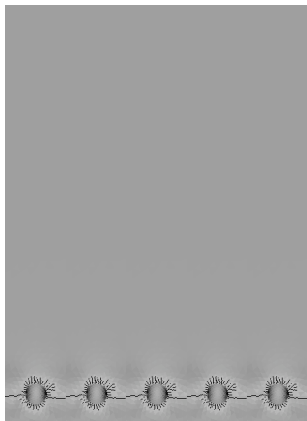


Figura 8: Prisma de hormigón con distribución uniforme de armaduras con efecto de despegado. Esquema de la fisuración obtenida por superposición del estado obtenido en el cálculo simplificado.

4. CONCLUSIONES FINALES

Se ha desarrollado un elemento junta equivalente a la capa de óxido y se han determinado los aspectos más relevantes del modelo por medio de simulaciones.

Se ha comprobado que es necesario introducir fenómenos de deslizamiento, disminuyendo la rigidez a cortante del óxido, para que se produzca localización de las fisuras. Sin embargo, se observa que la fisura principal tiene una apertura próxima a cero en su parte inicial y aparece un punto de tracciones en el acero en la parte próxima a la fisura.

Resulta esencial introducir fenómenos de despegado, disminuyendo la rigidez normal en el caso de tracción mediante un factor de direccionalidad, para que se produzca una liberación de tensiones en el acero y una mejor localización de las fisuras, obteniéndose una apertura de fisura en el tramo inicial de la fisura próxima a la expansión total aplicada.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación recibida del Ministerio de Ciencia y Tecnología a través de los proyectos BIA2005-09250-C03-01 y BIA2005-09250-C03-02. Esta investigación se ha realizado dentro del marco de los proyectos DUMEIMPA, financiado por la Comunidad de Madrid, y SEDUREC, integrado en el Programa Nacional de Investigación CONSOLIDER-INGENIO 2010.

REFERENCIAS

- [1] C. Andrade and J.A. Gonzalez. Quantitative corrosion rate of reinforcing steels embedded in concrete using polarization resistance measurements. *Werkst. Korros*, 29:515–519, 1979.
- [2] C. Andrade, M.C. Alonso, and F.J. Molina. Cover cracking as a function of bar corrosion: Part i - experimental test. *Materials and Structures*, 26:453–464, 1993.
- [3] F.J. Molina, M.C. Alonso, and C. Andrade. Cover cracking as a function of bar corrosion: Part ii - numerical model. *Materials and Structures*, 26:532–548, 1993.
- [4] M.C. Alonso, C. Andrade, J. Rodriguez, and J.M. Diez. Factors controlling cracking of concrete affected by reinforcement corrosion. *Materials and Structures*, 31:435–441, 1997.
- [5] A. Hillerborg, M. Modéer, and P.E. Petersson. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and fracture elements. *Cement and concrete research*, 6:773–782, 1976.
- [6] G. V. Guinea, J. Planas, and M. Elices. A general bilinear fitting for the softening curve of concrete. *Materials and Structures*, 27:99–105, 1994.
- [7] M. Elices, G. V. Guinea, and J. Planas. On the measurement of concrete fracture energy using three point bend tests. *Materials and Structures*, 30:375–376, 1997.
- [8] Z.P. Bazant and J. Planas. *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials*. C.R.C. Press, Boca Raton, F.L., 1998.
- [9] M. Elices, G. V. Guinea, J. Gomez, and J. Planas. The cohesive zone model: advantages, limitations and challenges. *Engineering Fracture Mechanics*, 69:137–163, 2002.
- [10] J. Planas, G. V. Guinea, J. C. Galvez, B. Sanz, and A.M. Fathy. Indirect tests for stress-crack opening curve. *Final Report of RILEM Technical Committee TC 187-SOC: Experimental determination of the stress-crack opening curve for concrete in tension*, Report 39:13–29, 2007.
- [11] J. M. Sancho, J. Planas, D. A. Cendon, E. Reyes, and J. C. Galvez. An embedded cohesive crack model for finite element analysis of concrete fracture. *Engineering Fracture Mechanics*, 74:75–86, 2007.
- [12] S. Guzman, J. C. Galvez, J. M. Sancho, and J. Planas. Fisuración del hormigón por corrosión de las armaduras pasivas inducida por cloruros. *Anales de la Mecánica de Fractura*, 2:633–638, 2007.